



UNIVERSIDAD  
NEBRIJA

**semana** de la  
**ciencia** y la **innovación**



## Taller

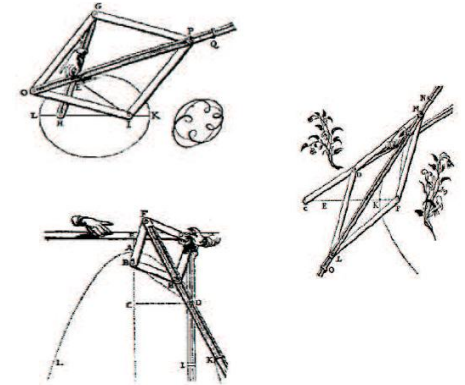
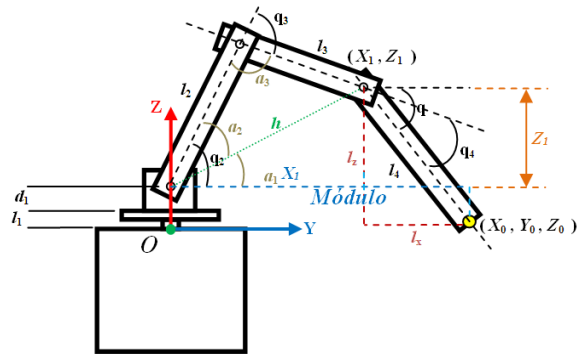
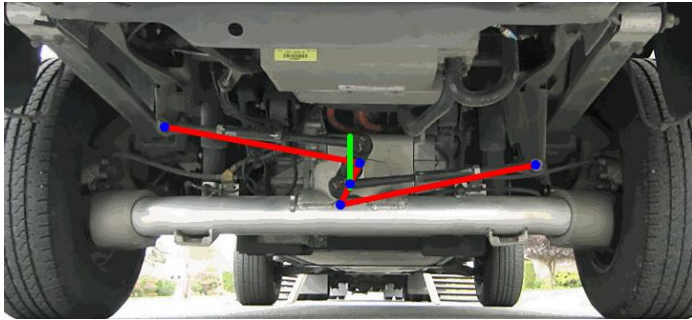
# Descubrir, tocar y experimentar la Geometría Mecanismos articulados y entrelazados

M. Pilar Vélez



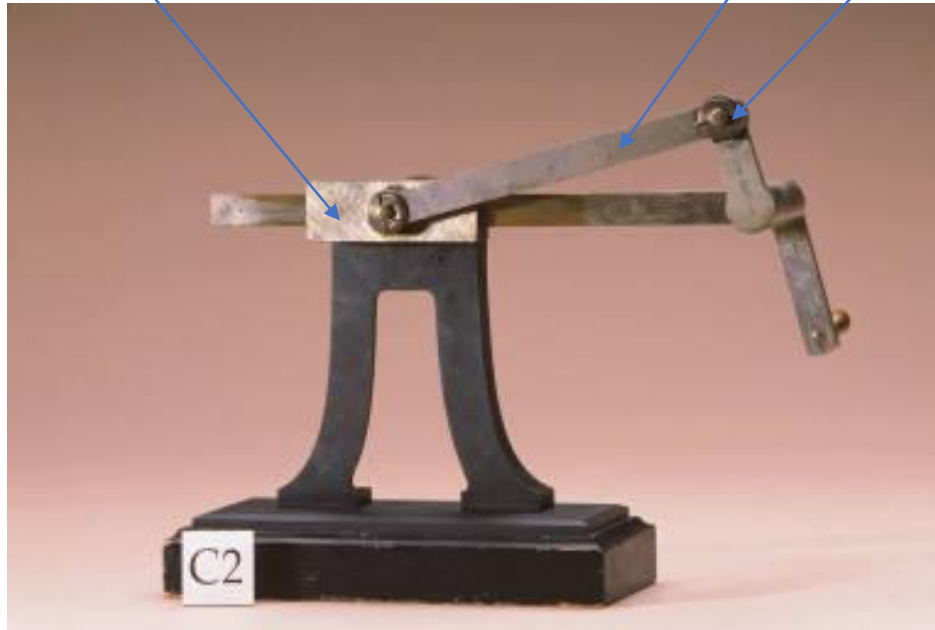
Proyecto “Inteligencia aumentada en educación Matemática mediante modelización, razonamiento automático e inteligencia” (IAxEM-CM/PHS-2024/PH-HUM-383), financiado por Comunidad de Madrid

# Un contexto STEAM

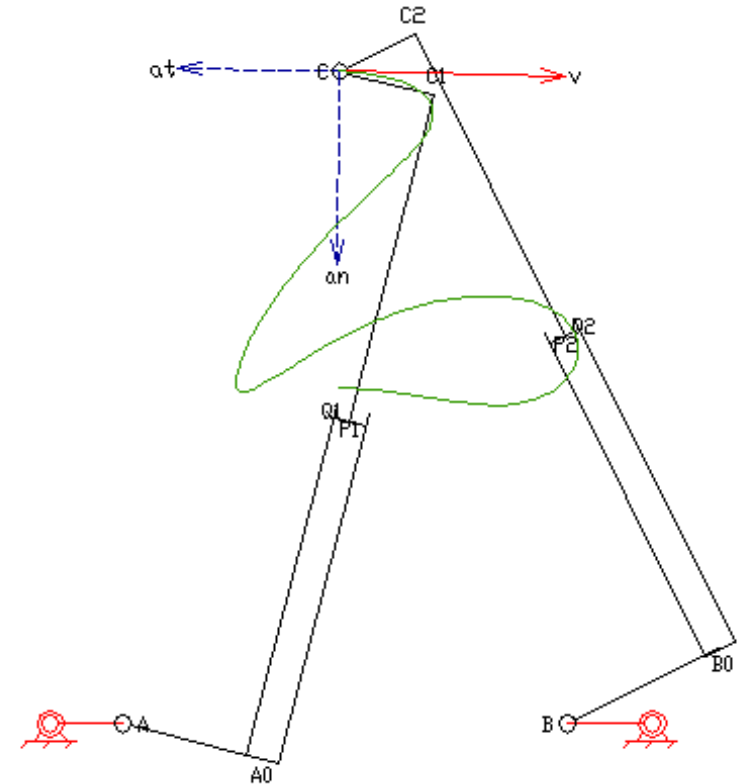


# ¿Qué es un mecanismo articulado de barras o cadena cinemática?

Sistema mecánico compuesto por **barras** rígidas unidas mediante articulaciones que **rotan** o **se deslizan**



Fuente: KMODDL Cornell University



# ¿Cómo trazar una línea recta?

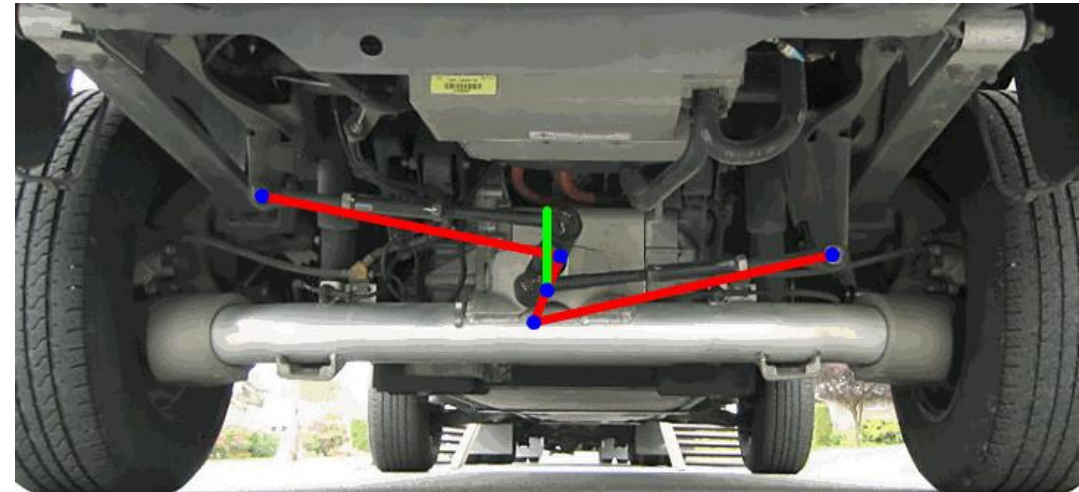
## Mecanismos de movimiento rectilíneo



Un mecanismo de Scott Russell en el eje trasero de un Nissan Sentra del año 2002. Fuente: Wikimedia Commons, con licencia Creative Commons

### Mecanismo de Russell:

Freemantle. Patente británica 2741; 17 de noviembre de 1803.



Mecanismo de Watt utilizado en un Ford Ranger EV de 1998. Fuente: Wikimedia Commons, con licencia Creative Commons

### Mecanismo de Watt:

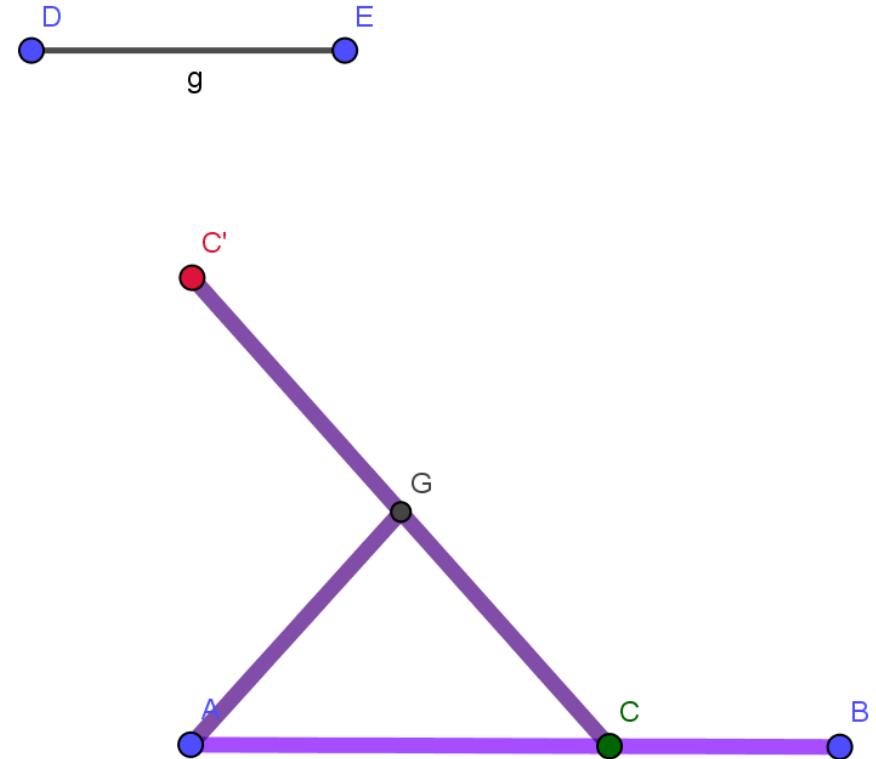
Watt . Descrito en la patente de 1784 de su motor de vapor.

# Mecanismo de Russell

3 barras AB, AG y CC':

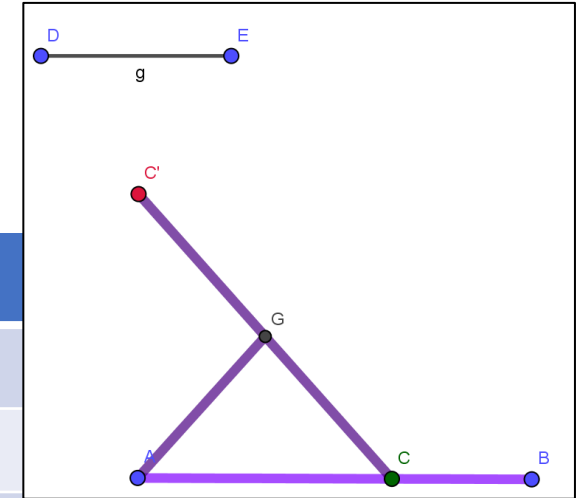
1. AB está fija
2. C se desliza sobre AB
3. Los segmentos AG, CG y GC' tienen la misma longitud  $g$

¿Qué trayectoria sigue C' cuando movemos C?



# Mecanismo de Russell en GeoGebra

Mecanismo	GeoGebra
3 barras AB, AG y CC'	3 segmentos
AB está fija	Trazamos el segmento AB
C se desliza sobre AB	Situamos un punto C en AB
Los segmentos AG, CG y GC' tienen la misma longitud g y se unen mediante rotores en los puntos A, C y G	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Trazamos un segmento auxiliar g</li> <li>2. Para determinar G: Trazamos la circunferencia de centro C y radio g, y otra de centro A y radio g</li> <li>3. Para determinar G: intersecamos ambas circunferencias</li> <li>4. Para determinar C': trazamos el simétrico de C con respecto a G.</li> <li>5. Trazamos los segmentos AG y CC'</li> </ol>

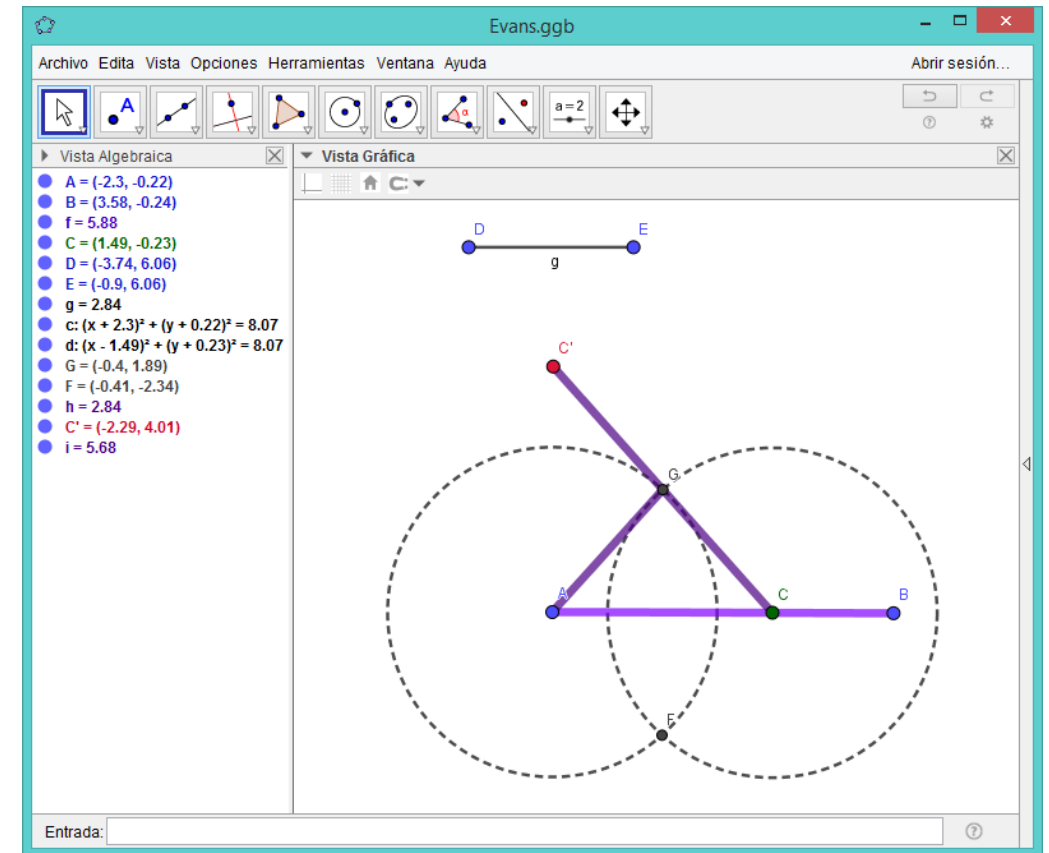


# ¿Nos atrevemos a simularlo?

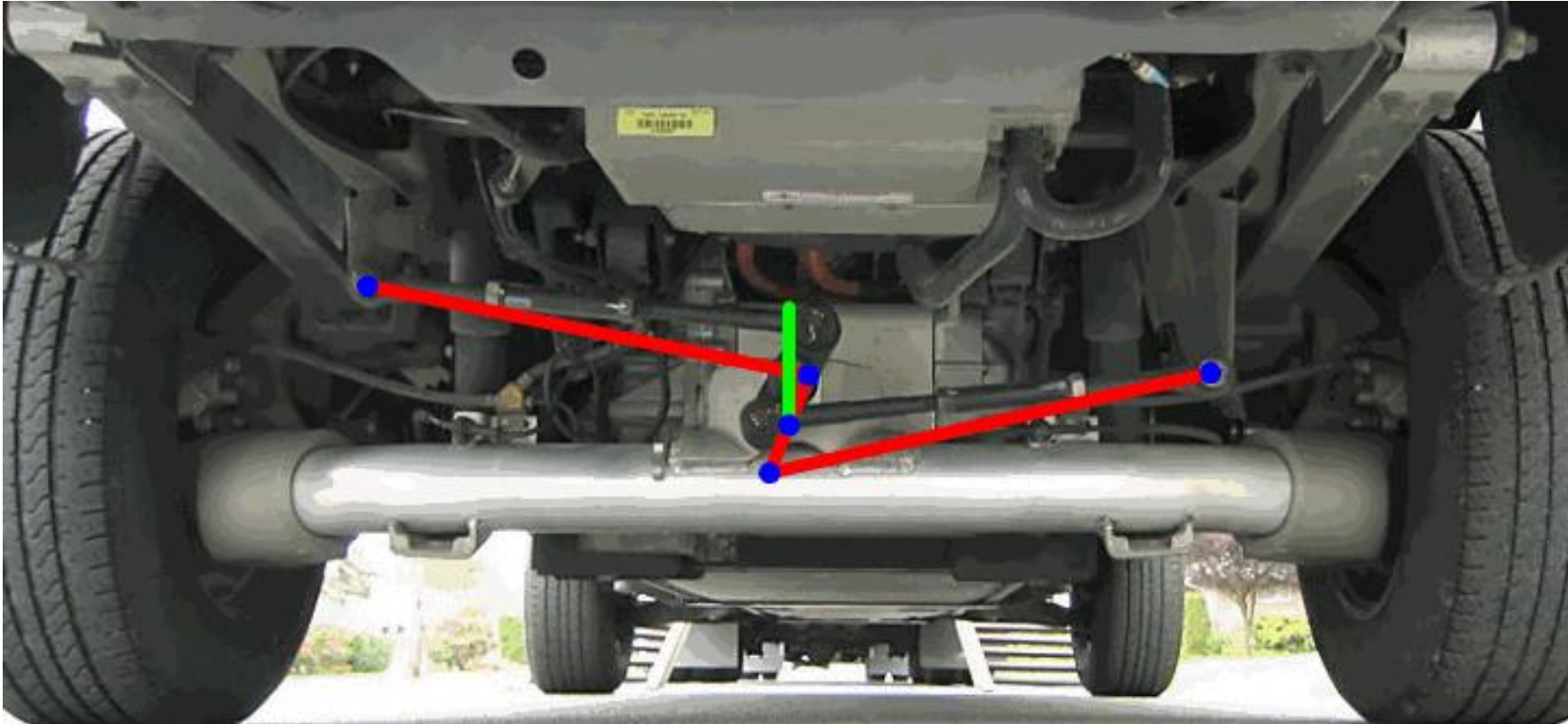
Ir a <https://www.geogebra.org/classic> y ....

Manos a la obra reproduce los pasos de la tabla anterior.

- En la línea de comandos de GeoGebra escribe: LugarGeométrico( C',C )
- La trayectoria de C', ¿es un segmento perpendicular a AB?
- ¿Por qué el mecanismo de Russell genera un segmento perpendicular a AB?



# Mecanismo de Watt



Watt's Linkage, an animated usage of it in the rear suspension of a car.

Fuente: [https://es.wikipedia.org/wiki/Mecanismo\\_de\\_Watt#/media/File:Watt%27s\\_Linkage\\_Rear\\_Suspension.gif](https://es.wikipedia.org/wiki/Mecanismo_de_Watt#/media/File:Watt%27s_Linkage_Rear_Suspension.gif)

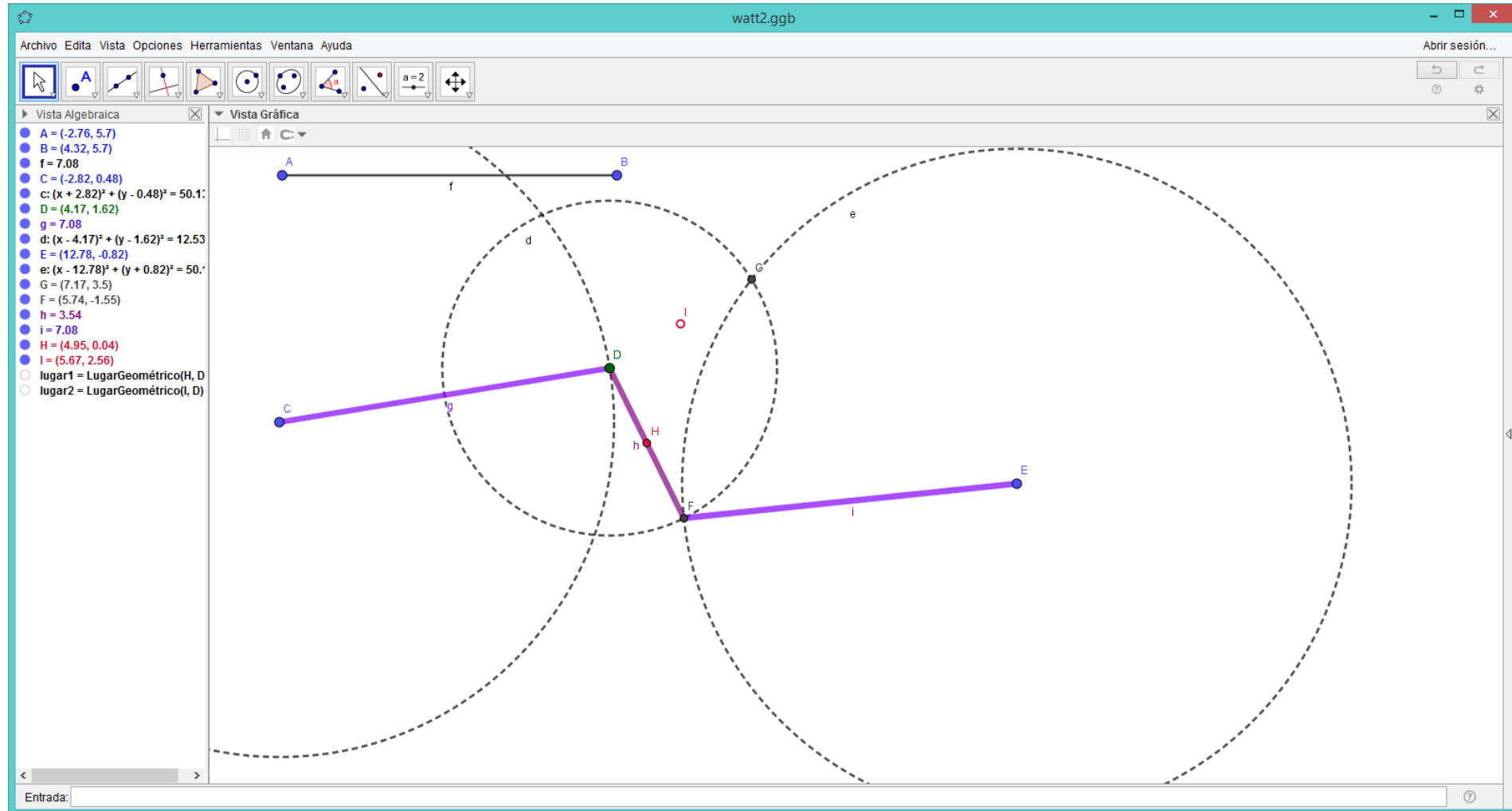
Con licencia Creative Commons

# Mecanismo de Watt

- J. Watt (1736 - 1819) patentó su mecanismo en 1784 como: **un mecanismo para producir un movimiento paralelo a una dirección de referencia, esencial para controlar el movimiento en línea recta de un pistón** (Aroca, 2013).
- Lo consideraba su mejor invento:  
*“Although I am not over anxious after fame, yet I am more proud of the parallel motion than of any other invention I have ever made.* (Carta de Watt a su colega M. Boulton)
- Watt ideó un gran mecanismo que describe un movimiento casi rectilíneo.



# Mecanismo de Watt en GeoGebra

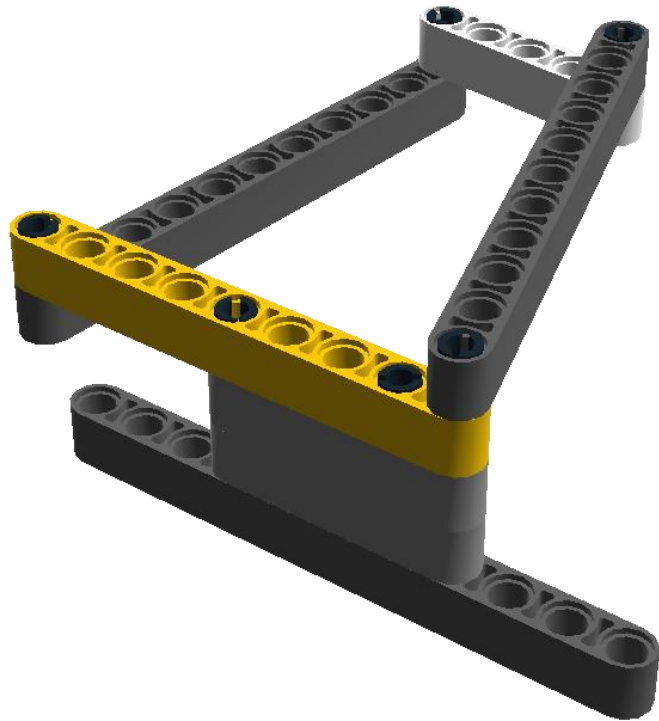




Mecanismos articulados

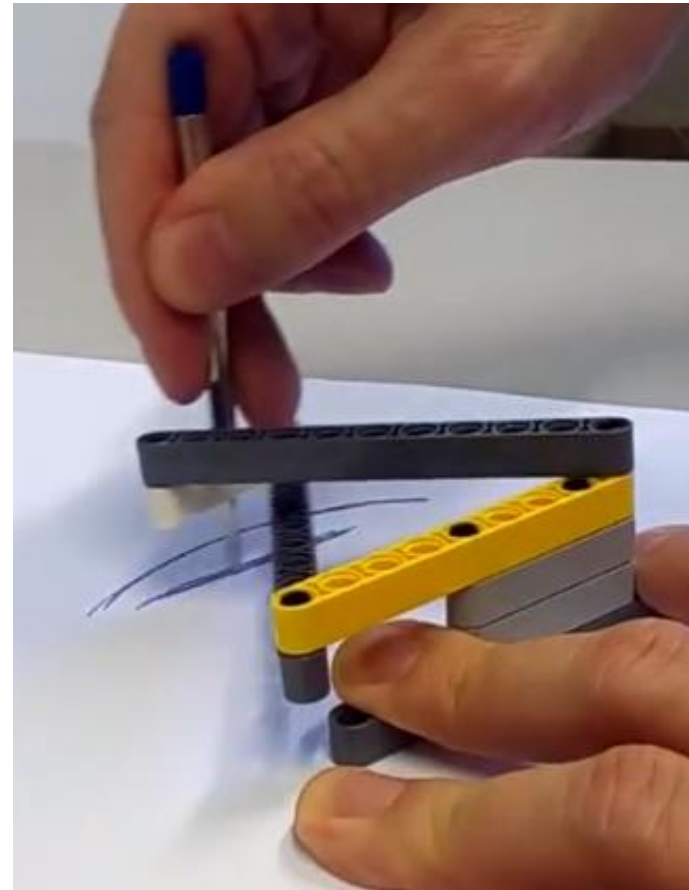
# Mecanismo de Chevyshev

Un nuevo intento de movimiento rectilíneo

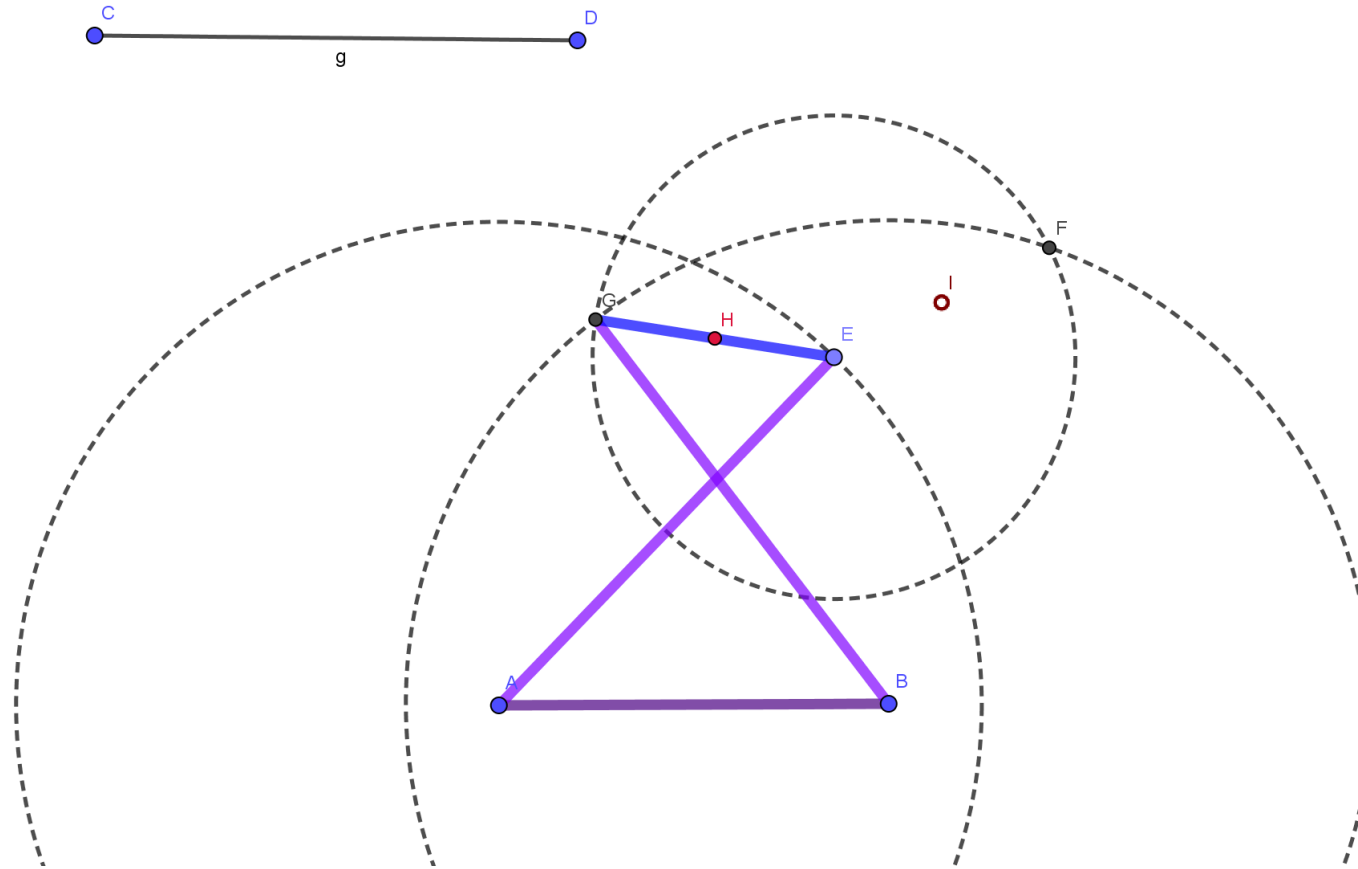


Imágenes cedidas por Zoltán Kovács

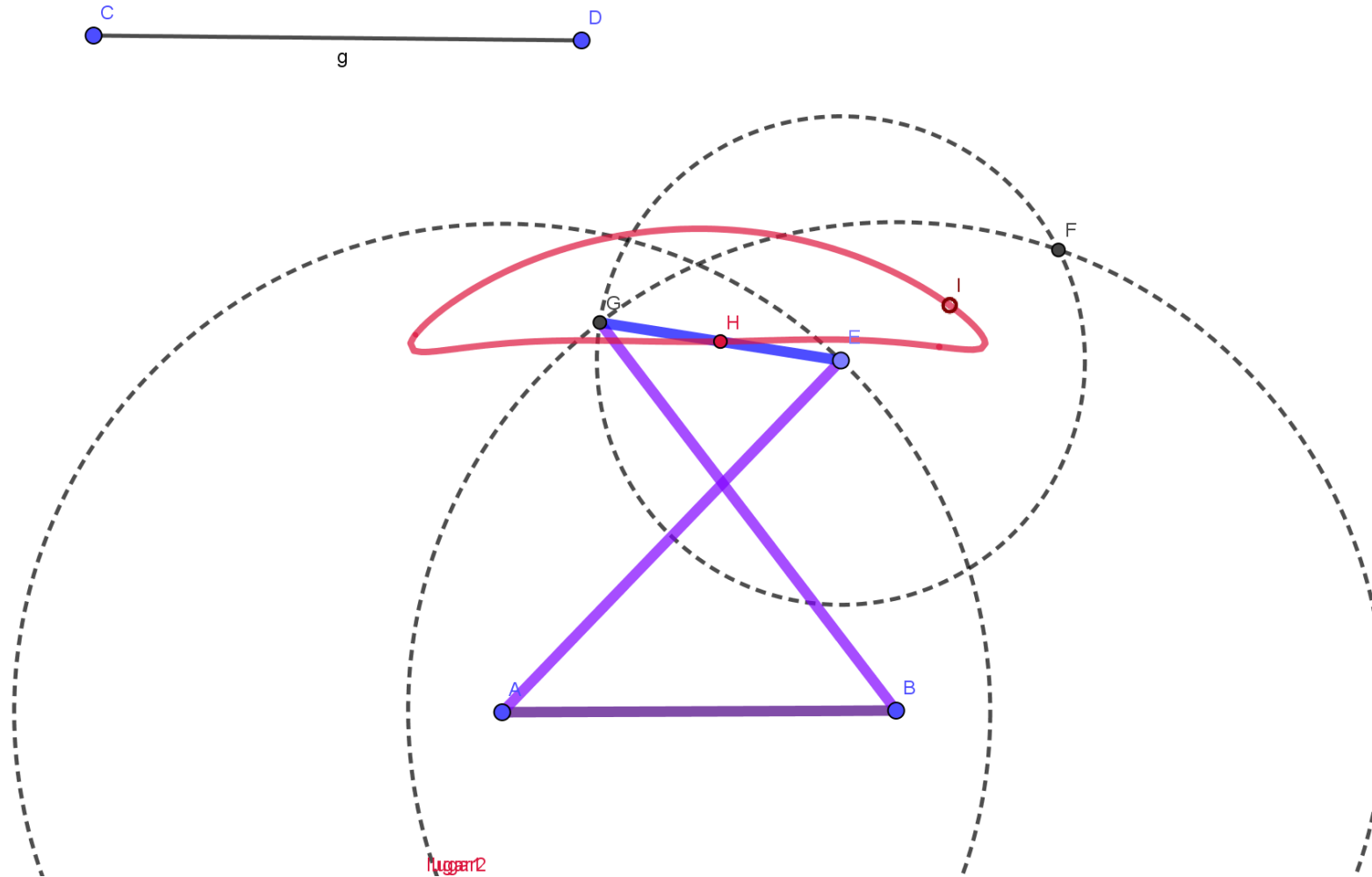
<https://github.com/kovzol/lego-linkages>



# Mecanismo de Chevyshev en GeoGebra



# Mecanismo de Chevyshev en GeoGebra

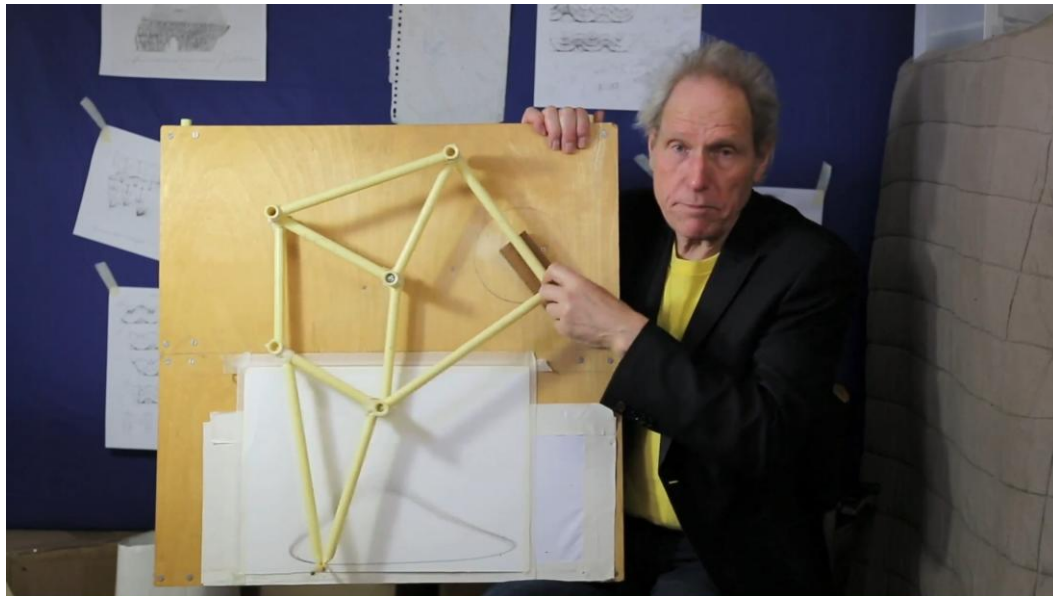


# Strandbeests by Theo Jansen

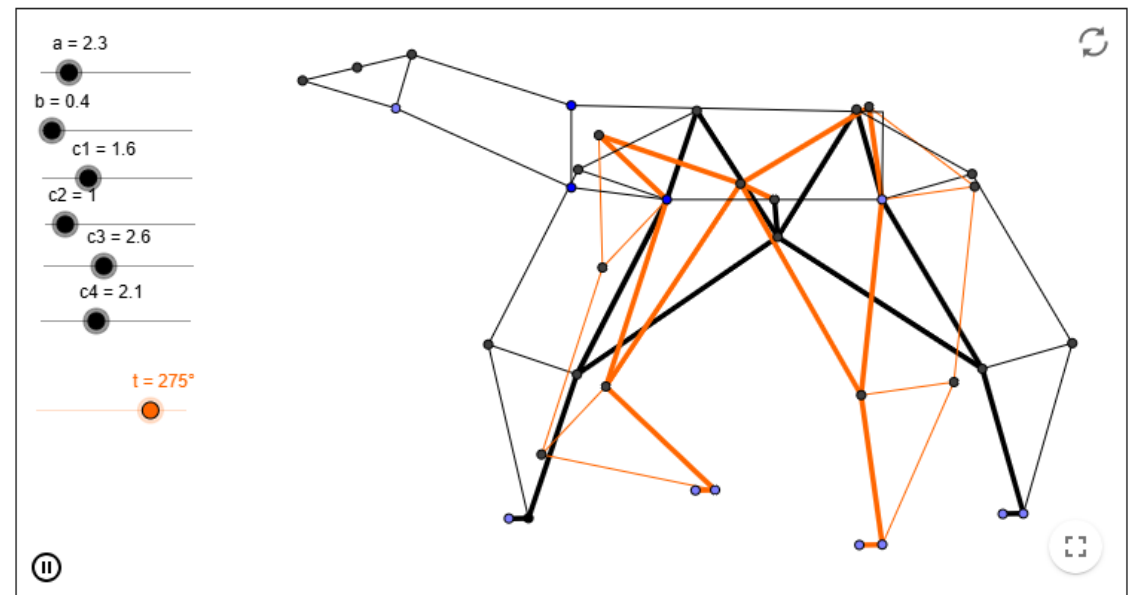


Animaris Multi Tripodes 2020, a burly strandbeest with 36 legs

# Strandbeests by Theo Jansen



<https://www.strandbeest.com/explains>


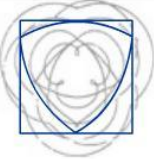




Pata en GeoGebra

<https://www.geogebra.org/m/mNheeHTS>

(por Markus Hohenwarter)

# Para saber más

 <p>Associazione MACCHINE MATEMATICHE</p>	<a href="http://www.macchinematematiche.org/">http://www.macchinematematiche.org/</a>
 <p><b>KINEMATIC MODELS FOR DESIGN</b> DIGITAL LIBRARY an open access, multimedia resource for learning &amp; teaching about kinematics and the history &amp; theory of machines <i>Geometry of Pure Motion</i></p>	<a href="https://digital.library.cornell.edu/collections/kmoddl">https://digital.library.cornell.edu/collections/kmoddl</a>
<p><b>Matemáquinas por José Antonio Mora</b></p> 	<a href="http://jmora7.com/GG5/Maquinas/indice_mecan.html">http://jmora7.com/GG5/Maquinas/indice_mecan.html</a>
<p><b>LEGO linkages by Zoltán Kovács</b></p> 	<a href="https://github.com/kovzol/lego-linkages">https://github.com/kovzol/lego-linkages</a>

# Nudos entrelazados

Un **nudo entrelazado** es un patrón continuo e interminable de hilos conectados o trenzados.

Características de un entrelazado:

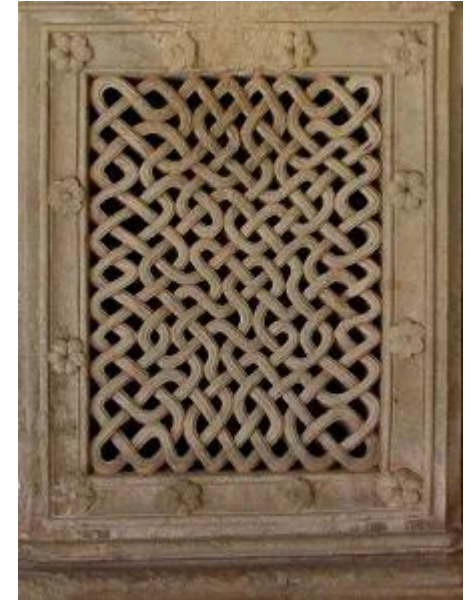
- Las hebras o bandas se deben **alternar** una y otra vez.
- **No** debe haber **extremos** ni colas en el patrón. Debe formar un patrón continuo sin fin.



Azulejo (s. XV y XVI)  
hispano-árabe en la  
catedral vieja de Coimbra



Reproducción de azulejo  
árabe de la Alhambra

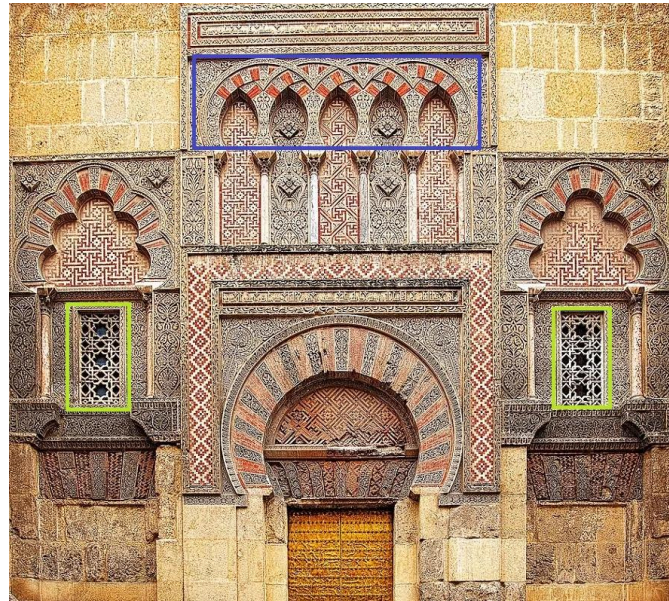


Celosía del monasterio de San  
Andrés de Arroyo (1200).  
Santibáñez de Ecla (Palencia).

# Nudos entrelazados



Simbología celta. Museo Arqueológico del Monte Santa Tecla. La Guardia (Pontevedra).



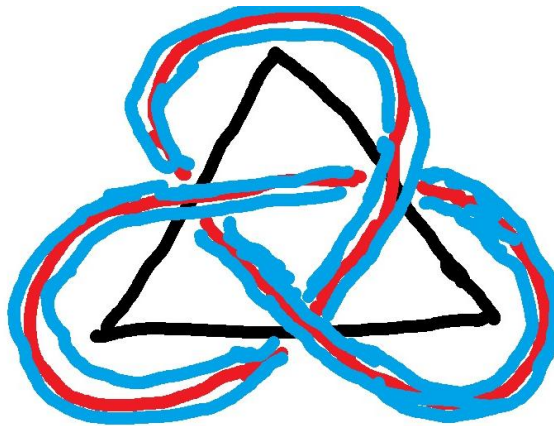
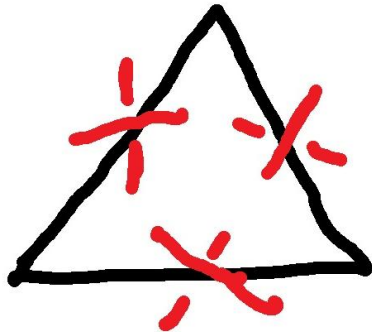
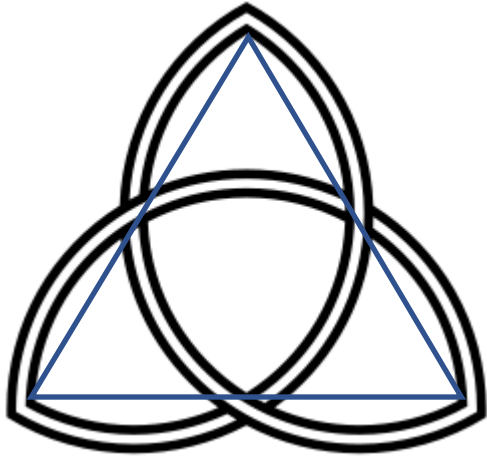
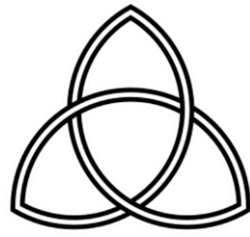
Entrelazados de arquería ciega y de celosía. Puerta de San Miguel (s. VIII). Mezquita de Córdoba.



Capitel del claustro de la antigua catedral románica. Pamplona (s. XII). Museo de Navarra.

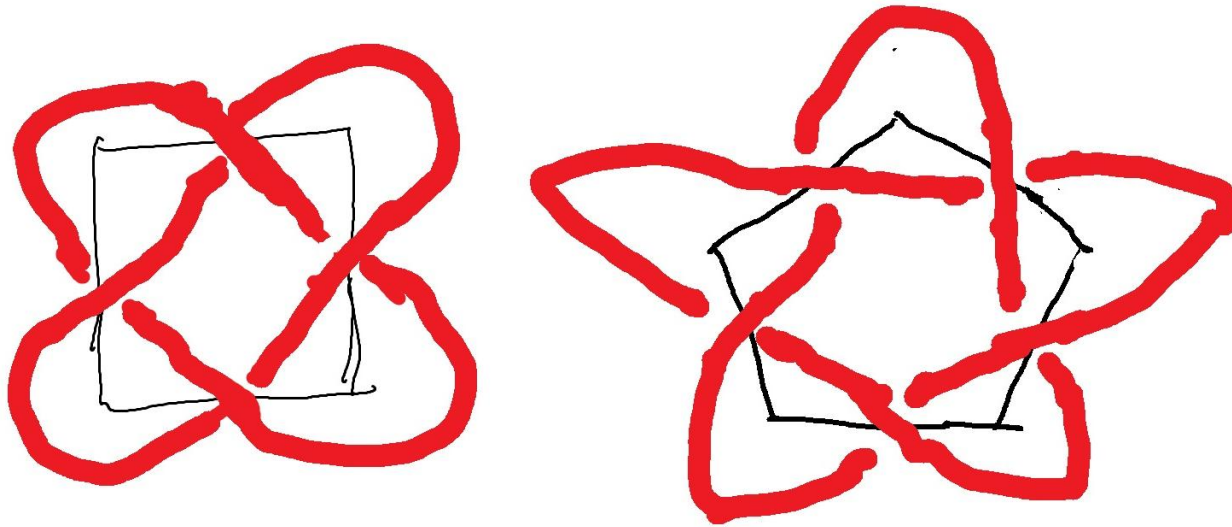
Entrelazados

# El trebol



Triqueta celta

# Otros polígonos



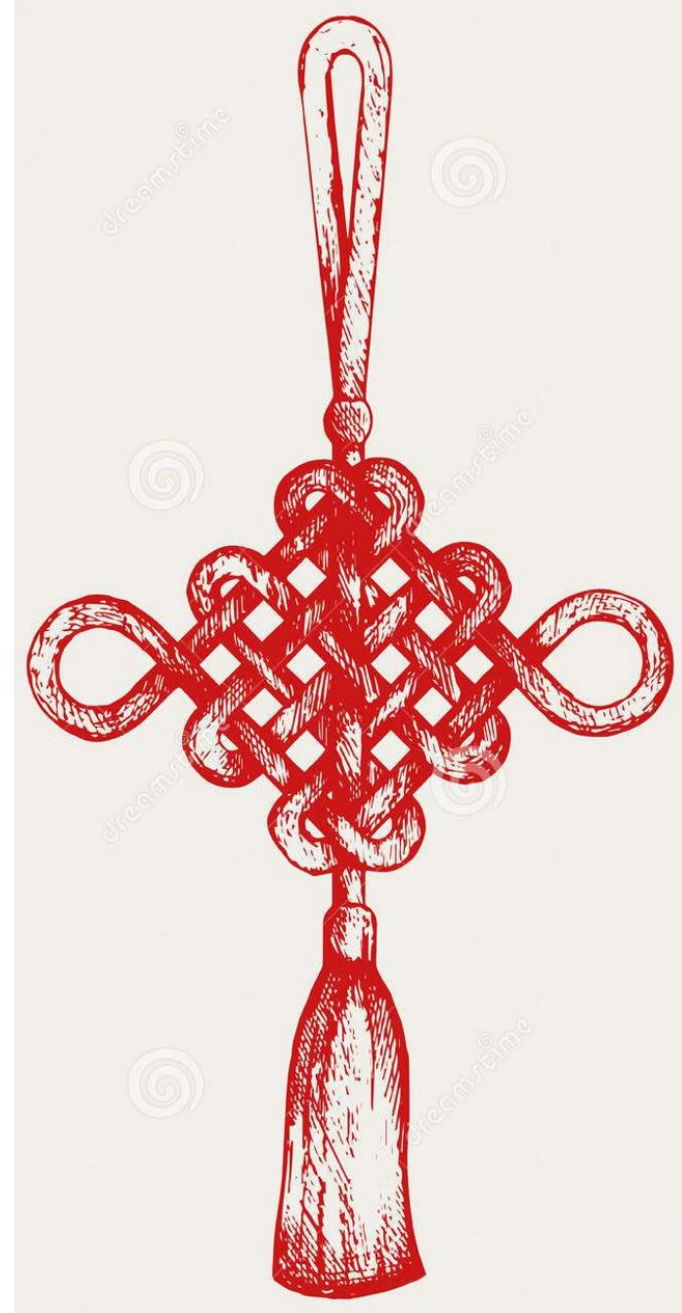
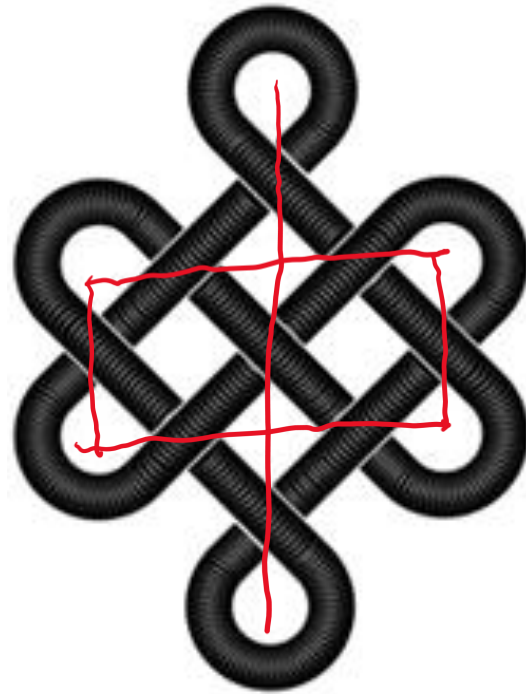
Dibuja entrelazados basados en polígonos de diferente número de lados y observa qué pasa con la continuidad del trazo



Triqueta celta

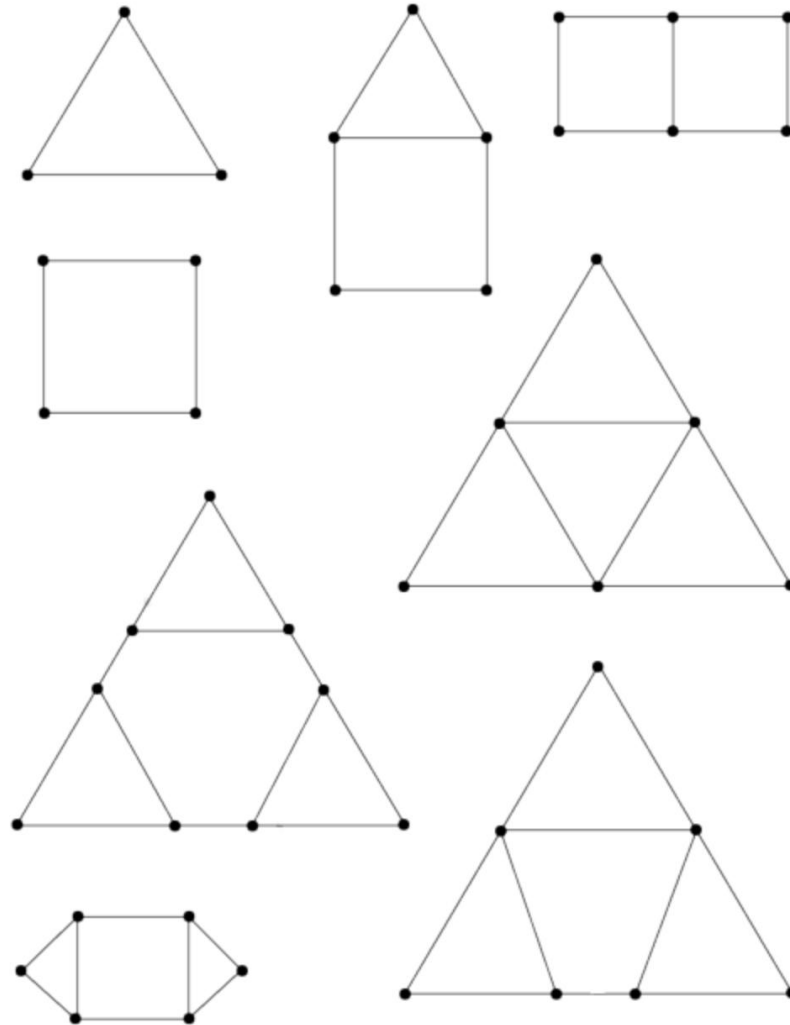
Entrelazados

# Nudo chino

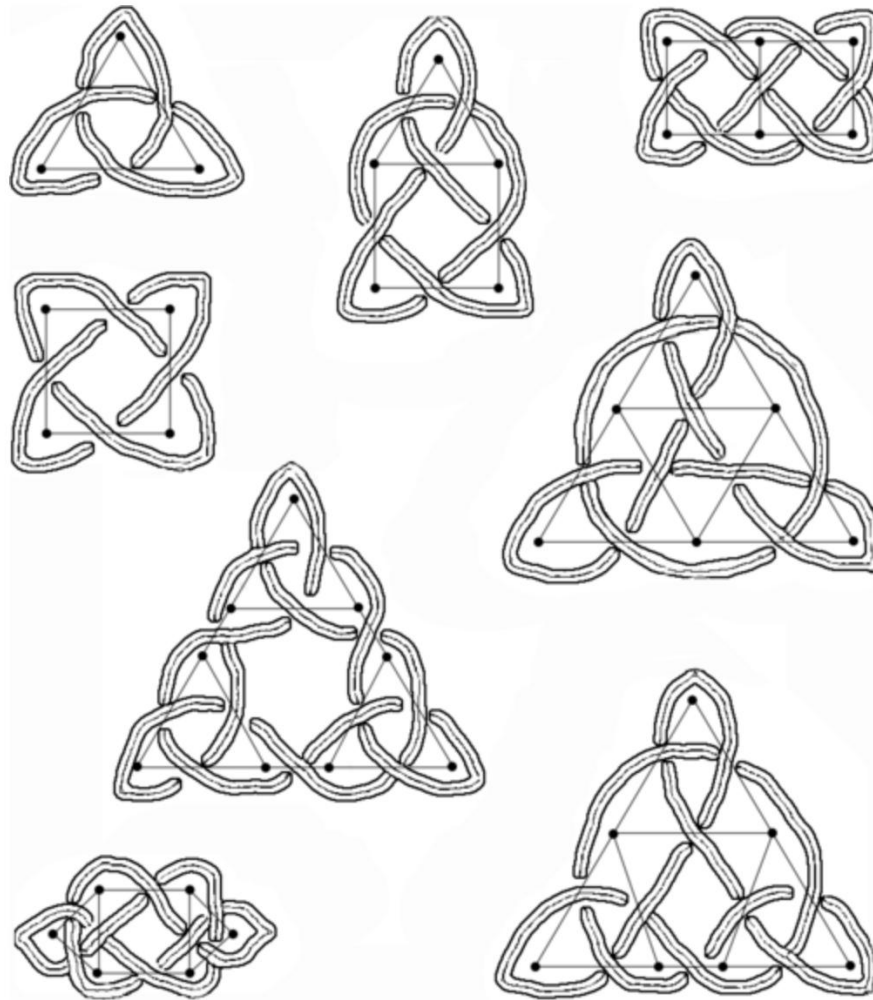


100

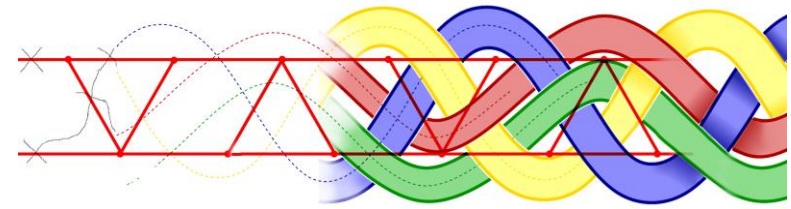
# Probamos con estos patrones



# Probamos con estos patrones



# Para saber más



## Celtic Knotwork: the ultimate tutorial

Portada del sitio > Nudos y entrelazados: el último tutorial > 1. Introducción

### 1. Introducción

Todas las versiones de este artículo: [Deutsch] [English] [Español] [français] [עברית] [italiano] [Português do Brasil]

Usted podría estar interesado en entrelazados celtos porque vio una página iluminada de una Biblia medieval como el [Libro de Kells](#), que se puede encontrar en el [Trinity College](#) en Dublín.



Es posible que desee tratar de hacer cosas similares, como esta página que he iluminado para un artículo que escribí en *Pour la Science*, la versión francesa de *Scientific American*. Caligrafía de Chantale Fachinetti.

<https://entrelacs.net/-Nudos-y-enlaces-el-ultimo-tutorial-.html>

Autor: **Christian Mercat** (IREM de Lyon, Université de Lyon I)